

MPSTD 算法子域分界面上改进的特征变量匹配条件

姜永金, 陈忠宽, 田立松, 毛钧杰

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 多区域时域伪谱(MPSTD)算法用于复杂问题分析时, 整个计算域的相邻子域间将存在多种类型的分界面, 子域间信息的交换通过这些分界面上的匹配条件来实现. 由于特征变量(CV)匹配条件的局限性, 它只适用于一些特定类型的分界面. 为此, 本文针对任意类型分界面, 推导了改进的特征变量(ICV)匹配条件, 并给出了 ICV 匹配条件在分界面上的场值更新关系. 在此基础上, 将 MPSTD 算法与 ICV 匹配条件相结合分析了两根正交矩形波导构成的波导宽壁中心斜缝耦合器. 数值结果与 FDTD 结果的一致性充分说明了 ICV 匹配条件的准确性和有效性. 同时, 对矩形波导宽壁中心斜缝耦合器的分析也拓展了 MPSTD 算法的应用领域.

关键词: 多区域时域伪谱(MPSTD)算法; 改进的特征变量(ICV)匹配条件; 斜缝耦合器; 中心斜缝
中图分类号: TN820.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2006)12-2297-06

An Improved Characteristic Variables Matching Condition for Interfaces in Multidomain Pseudospectral Time Domain

JIANG Yong jin, CHEN Zhong kuan, TIAN Li song, MAO Jun jie

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: When the multidomain pseudospectral time domain(MPSTD) algorithm is used to analyze a complex problem, many types of interfaces will exist in adjacent subdomains of the whole computational domain, exchanging information between subdomains is realized by matching conditions for these interfaces. Because the characteristic variables(CV) matching condition is limited to only apply to some special types of interfaces, an improved characteristic variable(ICV) matching condition is presented for any type of interface, and interface field update relations are obtained for the ICV matching condition. Based on it, a broad wall centered inclined slot coupler comprised two crossed rectangular waveguides is analyzed by using the MPSTD with the ICV matching condition, agreement of the MPSTD and FDTD numerical results illustrate the accuracy and validity of ICV matching condition. The analysis of a broad wall centered inclined slot coupler of rectangular waveguide extends also application fields of the MPSTD.

Key words: multidomain pseudospectral time domain(MPSTD) algorithm; improved characteristic variables (ICV) matching condition; slot coupler; centered inclined slot

1 引言

时域有限差分方法^[1](FDTD)已经被广泛地应用于电磁波的散射、辐射和传播问题, 然而要想达到可以接受的精度效果, 每波长需要分成 10-20 个网格. 在最近几年, 高阶方法和谱方法在计算电磁学中已经受到了越来越多的重视. 对于 Maxwell 方程的时域求解, 两种不同类型的伪谱方法已经被广泛应用, 第一种是 Fourier 时域伪谱方法(FPSTD)^[2-4], 第二种是多区域时域伪谱算法(MPSTD)^[5-11]. 这两种时域伪谱方法的中心思想都是利用多项式来表达未知量及其空间导数以求解 Maxwell 方程. FPSTD 在均匀介质空间或者变化不大的非均匀介质空间, 每波长只需两个网格就可以满足计算精度; 然而将其用于复杂问题时, 如曲面物体、金属物体和拥有不连续材

料分布的问题时, 它的计算精度是低的. MPSTD 方法克服了上述 FPSTD 方法的局限, 并且还能处理曲面复杂目标, 但它需要每波长 π 个网格, 稍微增加了计算量. 大量文献表明, 这两种伪谱方法在许多应用中都显得比 FDTD 更加有效^[2-11].

MPSTD 方法的基本思想是将整个计算域分成几个与所分析问题共形的曲面六面体子域, 切比雪夫谱选配方法单独用在每个子域里计算, 子域之间通过子域分界面上的匹配条件来实现信息的传递. 现有文献中, 对于分界面两侧为相同材料的子域分界面常采用特征变量(CV)匹配条件^[5-7,11]或物理边界匹配条件^[8-10]来处理; 而对于分界面两侧为不同材料的子域分界面则采用物理边界匹配条件^[8-11]或特征变量-物理边界(CV-PB)匹配条件^[12]来处理. 在上述匹配条件中, CV 匹配条件和 CV-PB 匹配条件相对于其它匹配条件具有更好的

稳定性^[12],但是 CV 匹配条件具有一定的局限性,它要求两个相邻子域 I、II 的公共分界面在坐标变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系后,该分界面在子域 I 中的外法向是该分界面在子域 II 中的内法向,且同为 ξ 或者 η 和 ζ ,这一前提限制了采用该匹配条件时的子域剖分方式.为此,有必要推导一种适用于任意六面体子域剖分方式的特征变量匹配条件.本文从任意六面体到立方体的坐标变换矩阵出发,并与 Maxwell 方程的特征变量相结合,系统分析了不同类形子域分界面上的特征变量匹配条件,最终总结出了改进的特征变量(ICV)匹配条件,并给出了该匹配条件在分界面上的场值更新关系.ICV 匹配条件的获得,使得 MPSTD 算法采用特征变量匹配条件分析复杂问题时可采用任意六面体子域剖分方式.

MPSTD 算法由于发展时间短,目前该方法只被成功应用于空间及地下简单目标(如球、圆柱、方柱)散射特性的研究,为了将该算法应用于波导问题的分析,我们已经研究了 MPSTD 算法计算波导问题的激励源设置方法^[13],本文将在此基础上,将 MPSTD 算法与 ICV 匹配条件相结合,对两根正交矩形波导构成的波导宽壁中心斜缝耦合器进行分析,并将部分计算结果与 FDTD 的计算结果进行比较来说明匹配条件的准确性和有效性.

2 电磁场中的 MPSTD 算法

考虑一个无源的、各向同性、导电的不均匀媒质,其介电常数、磁导率和电导率分别为 ϵ, μ, σ .对于 3D 矢量 Maxwell 方程其形式为

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \eta} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \zeta} + \mathbf{D} \mathbf{q} = 0 \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{q} = (E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z)^T \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \xi/\epsilon - \xi/\epsilon & \xi/\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & -\xi/\epsilon & 0 & \xi/\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & \xi/\epsilon & -\xi/\epsilon & 0 \\ 0 & -\xi/\mu & \xi/\mu & 0 & 0 & 0 \\ \xi/\mu & 0 & -\xi/\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\xi/\mu & \xi/\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma/\epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m/\epsilon \end{pmatrix} \quad (3b)$$

其中 ϵ, μ, σ 均为坐标 (x, y, z) 的函数,矩阵 \mathbf{B} 和 \mathbf{C} 的表达式只需将矩阵 \mathbf{A} 中的 ξ 分别换成 η 和 ζ 即可.

对于 3D 问题,假定计算域能被分成许多与所分析问题共形的、无互叠的曲面六面体子域,利用坐标变换, (x, y, z) 坐标系中的每一个曲面六面体变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系中的单位立方体.为了精确估计定义在单位立方体上的 $q(\xi, \eta, \zeta)$,采用基于 Chebyshev Gauss Lobatto 配置点的张量积切比雪

夫谱选配方法.

定义在单位立方体上的 Chebyshev-Gauss-Lobatto 配置点为

$$\xi_i = -\cos\left\{\frac{i\pi}{N}\right\}, i = 0, 1, \dots, I \quad (4)$$

$$\eta_j = -\cos\left\{\frac{j\pi}{M}\right\}, j = 0, 1, \dots, J \quad (5)$$

$$\zeta_l = -\cos\left\{\frac{l\pi}{M}\right\}, l = 0, 1, \dots, L \quad (6)$$

采用张量积 Chebyshev Lagrange 多项式, $q(\xi, \eta, \zeta)$ 能写成

$$q(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{l=0}^L q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l) g_i(\xi) g_j(\eta) g_l(\zeta) \quad (7)$$

式中, $g_i(\alpha)$ 为 Lagrange 插值多项式,如式(8)

$$g_i(\alpha) = \frac{(1-\alpha^2) T'_N(\alpha) (-1)^{i+1}}{c_i N^2 (\alpha - \alpha_i)} \quad (8)$$

此处 $\alpha = (\xi, \eta, \zeta)$, $c_0 = c_N = 2$, $c_i = 1 (1 \leq i \leq N-1)$, N 阶切比雪夫多项式 $T_N(x) = \cos(N \cos^{-1} x)$.

那么,定义在网格点上的 $q(\xi, \eta, \zeta)$ 的空间偏导数可表示为

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \xi} = \frac{1}{k} D_{ik}^{(\xi)} q(\xi_k, \eta_j, \zeta_l) \quad (9)$$

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \eta} = \frac{1}{k} D_{jk}^{(\eta)} q(\xi_i, \eta_k, \zeta_l) \quad (10)$$

$$\frac{\partial q(\xi_i, \eta_j, \zeta_l)}{\partial \zeta} = \frac{1}{k} D_{lk}^{(\zeta)} q(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (11)$$

式中 $D_{ik}^{(\alpha)} = g'_k(\alpha_i)$, $\alpha = (\xi, \eta, \zeta)$ 为微分矩阵,具体表达式可参见文献[8].

3 改进的特征变量匹配条件

3.1 六面体子域到单位立方体的坐标变换

在 MPSTD 算法中,计算域首先被分成许多与所分析问题共形的曲面六面体子域.然后,利用坐标变换将直角坐标系 (x, y, z) 中每个曲面六面体子域变换成 (ξ, η, ζ) 坐标系中的一个单位方柱,如图 1 所示.

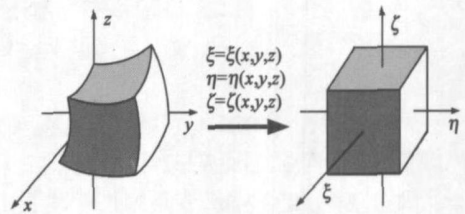


图 1 六面体子域到单位立方体的坐标变换

为了方便,我们引入两个坐标系,将曲面六面体所在坐标系定义为 $\mathbf{x}(x, y, z) \in \mathbf{D}$;单位立方体所在坐标系定义为 $(\xi, \eta, \zeta) \in \mathbf{I}$,这里, $\mathbf{I} \subset \mathbf{R}^3$ 为单位柱体, $\mathbf{I} \in [-1, 1]^3$.假定两个坐标系间的映射函数为 $\Psi: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{I}$,为了确定单位柱体与一般六面体之间的一一映射函数,采用 Transfinite Blending 函数进行坐标变换,坐标变换矩阵可写为^[14]

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} = \mathbf{I} \quad (12)$$

式中, I 为单位矩阵. 则 Jacobian 行列式可写为

$$J = \left\| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right\| = x_{\eta} y_{\xi} + x_{\zeta} y_{\eta} + x_{\eta} y_{\zeta} - x_{\zeta} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\zeta} - x_{\zeta} y_{\xi} \quad (13)$$

3.2 传统的特征变量(CV)匹配条件

假定子域分界面垂直于 ξ , 将系数矩阵 A 对角化可分别得到沿 $-\xi$ 传播的特征变量 $R_{\xi_1}^0, R_{\xi_2}^0$, 不传播的特征变量 $R_{\xi_1}^0, R_{\xi_2}^0$ 和沿 $+\xi$ 传播的特征变量 $R_{\xi_1}^0, R_{\xi_2}^0$. 这些特征变量可以通过场矢量的法向和切向分量来给予物理解释^[6-10].

设 $\mathbf{n} = \xi_x \mathbf{i} + \xi_y \mathbf{j} + \xi_z \mathbf{k} = \langle \xi_x, \xi_y, \xi_z \rangle$, 则 \mathbf{n} 为 ξ 面的外法向矢量; 设 $\mathbf{t}_1 = \langle 0, \xi_y, -\xi_z \rangle$, $\mathbf{t}_2 = \langle -\xi_x, 0, \xi_z \rangle$, $\mathbf{t}_3 = \langle \xi_x, -\xi_y, 0 \rangle$, 则 $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3$ 为 ξ 面的三个切向矢量, 那么

$$R_{\xi_1}^0 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) / dA \quad (14)$$

$$R_{\xi_2}^0 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) / dA \quad (15)$$

$$R_{\xi_1}^{\pm} = \frac{1}{dA} [\int \xi_y (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{H}) - \xi_z (\mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{H}) \pm c \epsilon dA (\mathbf{t}_3 \cdot \mathbf{E})] \quad (16)$$

$$R_{\xi_2}^{\pm} = \frac{1}{dA} [\int \xi_x (\mathbf{t}_3 \cdot \mathbf{H}) - \xi_z (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{H}) \pm c \epsilon dA (\mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{E})] \quad (17)$$

假定 ξ 从子域 1 指向子域 2, 如图 2 所示. 假定 ξ 从子域 1 指向子域 2, 在这种情况下, 采用特征变量匹配条件匹配分界面两侧的特征波^[7]. 设 $q^{(1)}$ 和 $q^{(2)}$ 分别是两个子域分界面上的待求解, 在分界面两侧为相同媒质时, $q^{(1)} = q^{(2)} = q$. 在时间步计算推进下, 每个子域单独计算所得分界面处的解为 $\hat{q}^{(1)}$ 和 $\hat{q}^{(2)}$, 此时右向行波特征变量对可通过式 (18) 表示.

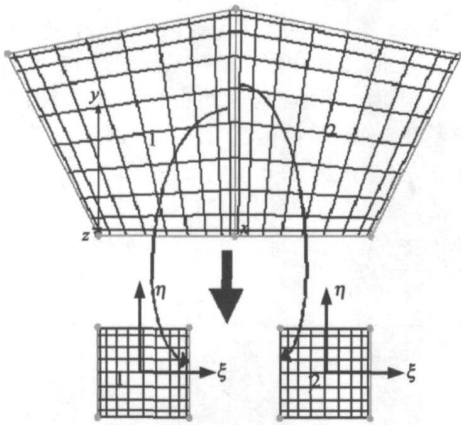


图 2 相邻两个子域坐标变换后的分界面关系(CV 匹配条件)

$$R_{\xi_i}^{\pm}(q) = R_{\xi_i}^{\pm}(\hat{q}^{(j)}), i = 1, 2 \quad (18)$$

左向行波特征变量对可通过式(19)表示.

$$R_{\xi_i}^{\pm}(q^{(2)}) = R_{\xi_i}^{\pm}(\hat{q}^{(2)}), i = 1, 2 \quad (19)$$

静态特征变量由式(20)决定.

$$R_{\xi_i}^0(q) = \frac{1}{2} [R_{\xi_i}^0(\hat{q}^{(1)}) + R_{\xi_i}^0(\hat{q}^{(2)})], i = 1, 2 \quad (20)$$

式中, 上角标(j), $j = 1, 2$ 表示不同子域(下同).

由于相邻两个子域 1、2 的公共分界面在坐标变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系后, 分界面在子域 1 中的外法向是该分界面在子域 2 中的内法向, 且同为 ξ . 在这种情况下, 无论采用子域 1 还是子域 2 的坐标转换矩阵, $\xi_x/dA, \xi_y/dA, \xi_z/dA$ 在两个子域分界面上的值是相等的. 针对这种分界面类型, 文献^[7]推

导得到了分界面上的 CV 匹配条件. 当分界面在子域 1 中的外法向是该分界面在子域 2 中的内法向, 且分别为 η, ζ 时, 分界面上的 CV 匹配条件同理可得.

3.3 改进的特征变量(ICV)匹配条件

如果子域 1、2 的分界面关系不满足文献^[7]中的前提条件时, 那么 CV 匹配条件将不再适用, 为此, 需要推导可应用于不同类型分界面的特征变量匹配条件.

3.3.1 子域分界面上的坐标变换矩阵

下面以两种情况为例进行分析.

Case 1: 如图 3 所示, 子域 1、2 的分界面为 a , 子域 1 和子域 2 变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系后, 分界面在子域 1、2 中的外法向分别为 ξ 和 η , 由式(12)、(13)可得:

在子域 1 中

$$\xi_x^{(1)} = J^{-1}(y_{\eta} \xi - y_{\zeta} \eta) \quad (21a)$$

$$\xi_y^{(1)} = J^{-1}(x_{\zeta} \eta - x_{\xi} \zeta) \quad (21b)$$

$$\xi_z^{(1)} = J^{-1}(x_{\eta} \zeta - x_{\zeta} \eta) \quad (21c)$$

$$dA^{(1)} = J^{-1} [(y_{\eta} \xi - y_{\zeta} \eta)^2 + (x_{\zeta} \eta - x_{\xi} \zeta)^2 + (x_{\eta} \zeta - x_{\zeta} \eta)^2]^{1/2} \quad (22)$$

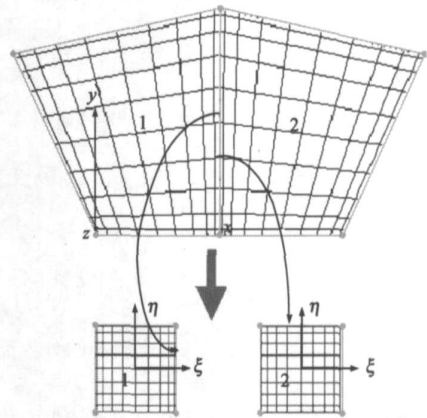


图 3 相邻两个子域坐标变换后的分界面关系(ICV 匹配条件)在子域 2 中

$$\eta_x^{(2)} = J^{-1}(y_{\zeta} \xi - y_{\xi} \zeta) \quad (23a)$$

$$\eta_y^{(2)} = J^{-1}(x_{\xi} \zeta - x_{\zeta} \xi) \quad (23b)$$

$$\eta_z^{(2)} = J^{-1}(x_{\zeta} \xi - x_{\xi} \zeta) \quad (23c)$$

$$dA^{(2)} = J^{-1} [(y_{\zeta} \xi - y_{\xi} \zeta)^2 + (x_{\xi} \zeta - x_{\zeta} \xi)^2 + (x_{\zeta} \xi - x_{\xi} \zeta)^2]^{1/2} \quad (24)$$

在边界 a 上, 可以证明

$$\xi_x^{(1)} / dA^{(1)} = - \eta_x^{(2)} / dA^{(2)} \quad (25a)$$

$$\xi_y^{(1)} / dA^{(1)} = - \eta_y^{(2)} / dA^{(2)} \quad (25b)$$

$$\xi_z^{(1)} / dA^{(1)} = - \eta_z^{(2)} / dA^{(2)} \quad (25c)$$

同理可得, 子域 1、2 分界面的外法向分别为 $-\xi$ 和 $-\eta$ 时, 分界面上依然满足式(25).

Case 2: 子域 1 和子域 2 变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系后, 分界面在子域 1、2 中的外法向分别为 ξ 和 $-\eta$. 采用同样的方法, 可证明在分界面上

$$\zeta_x^{(1)} / dA^{(1)} = \eta_x^{(2)} / dA^{(2)} \quad (26a)$$

$$\zeta_y^{(1)} / dA^{(1)} = \eta_y^{(2)} / dA^{(2)} \quad (26b)$$

$$\zeta_z^{(1)}/dA^{(1)} = \eta_z^{(2)}/dA^{(2)} \quad (26c)$$

同理可得,分界面在子域 1、2 中的外法向分别为 $-\xi$ 和 η 时,分界面上依然满足式(26).

3.3.2 分界面上的场值更新关系

在 3.3.1 节结论的基础上,分别将式(25)、式(26)与式(18)~(20)相结合,可得分界面上的场值更新关系:

Case 1: 分界面在子域 1、2 中的外法向分别为 ξ 和 η 时,分界面上的场值更新关系如下:

$$E_x = \frac{1}{2}(E_x^{(1)} + E_x^{(2)}) + \frac{dA}{2dA} [\xi_y^{(1)}(H_z^{(2)} - H_z^{(1)}) - \xi_z^{(1)}(H_y^{(2)} - H_y^{(1)})] \quad (27a)$$

$$E_y = \frac{1}{2}(E_y^{(1)} + E_y^{(2)}) + \frac{dA}{2dA} [\xi_z^{(1)}(H_x^{(2)} - H_x^{(1)}) - \xi_x^{(1)}(H_z^{(2)} - H_z^{(1)})] \quad (27b)$$

$$E_z = \frac{1}{2}(E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) + \frac{dA}{2dA} [\xi_x^{(1)}(H_y^{(2)} - H_y^{(1)}) - \xi_y^{(1)}(H_x^{(2)} - H_x^{(1)})] \quad (27c)$$

$$H_x = \frac{1}{2}(H_x^{(1)} + H_x^{(2)}) - \frac{dA}{2dA} [\xi_y^{(1)}(E_z^{(2)} - E_z^{(1)}) - \xi_z^{(1)}(E_y^{(2)} - E_y^{(1)})] \quad (27d)$$

$$H_y = \frac{1}{2}(H_y^{(1)} + H_y^{(2)}) - \frac{dA}{2dA} [\xi_z^{(1)}(E_x^{(2)} - E_x^{(1)}) - \xi_x^{(1)}(E_z^{(2)} - E_z^{(1)})] \quad (27e)$$

$$H_z = \frac{1}{2}(H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) - \frac{dA}{2dA} [\xi_x^{(1)}(E_y^{(2)} - E_y^{(1)}) - \xi_y^{(1)}(E_x^{(2)} - E_x^{(1)})] \quad (27f)$$

将式(27)与式(25)结合,可得到与 $\eta^{(2)}$ 相关的分界面上场值关系的另外一种表达式.

同理可得,分界面在子域 1、2 的外法向分别为 ξ 和 $-\eta$ 时,分界面上的场值更新关系同式(27).

Case 2: 分界面在子域 1、2 中的外法向分别为 $-\xi$ 和 η 时,分界面上的场值更新关系为:

$$E_x = \frac{1}{2}(E_x^{(1)} + E_x^{(2)}) + \frac{dA}{2dA} [\xi_y^{(1)}(-H_z^{(2)} + H_z^{(1)}) - \xi_z^{(1)}(-H_y^{(2)} + H_y^{(1)})] \quad (28a)$$

$$E_y = \frac{1}{2}(E_y^{(1)} + E_y^{(2)}) + \frac{dA}{2dA} [\xi_z^{(1)}(-H_x^{(2)} + H_x^{(1)}) - \xi_x^{(1)}(-H_z^{(2)} + H_z^{(1)})] \quad (28b)$$

$$E_z = \frac{1}{2}(E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) + \frac{dA}{2dA} [\xi_x^{(1)}(-H_y^{(2)} + H_y^{(1)}) - \xi_y^{(1)}(-H_x^{(2)} + H_x^{(1)})] \quad (28c)$$

$$H_x = \frac{1}{2}(H_x^{(1)} + H_x^{(2)})$$

$$- \frac{dA}{2dA} [\xi_y^{(1)}(-E_z^{(2)} + E_z^{(1)}) - \xi_z^{(1)}(-E_y^{(2)} + E_y^{(1)})] \quad (28d)$$

$$H_y = \frac{1}{2}(H_y^{(1)} + H_y^{(2)}) - \frac{dA}{2dA} [\xi_z^{(1)}(-E_x^{(2)} + E_x^{(1)}) - \xi_x^{(1)}(-E_z^{(2)} + E_z^{(1)})] \quad (28e)$$

$$H_z = \frac{1}{2}(H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) - \frac{dA}{2dA} [\xi_x^{(1)}(-E_y^{(2)} + E_y^{(1)}) - \xi_y^{(1)}(-E_x^{(2)} + E_x^{(1)})] \quad (28f)$$

将式(28)与式(26)结合,可得到与 $\eta^{(2)}$ 相关的分界面上场值关系的另外一种表达式.

同理可得,分界面在子域 1、2 的外法向分别为 $-\xi$ 和 $-\eta$ 时,分界面上的场值更新关系同式(28).

综上所述可得:当相邻子域 1、2 的分界面为 a ,子域 1 和 2 变换到 (ξ, η, ζ) 坐标系后,分界面在子域 1 中的外法向为 ξ ,则分界面上可采用式(27)的场值更新关系;若分界面在子域 1 中的外法向为 $-\xi$,则分界面上可采用式(28)的场值更新关系.同时,将式(27)与式(28)进行比较,不难发现,只需将式(27)中的 ξ 换成 $-\xi$ 即可得到式(28).通过上述分析,我们可以得到如下的结论:假定分界面在子域 1 中的外法向分别为 $-\xi, \eta, \zeta, -\eta, -\zeta$ 时,只需将式(27)中的 ξ 相应换成 $-\xi, \eta, \zeta, -\eta, -\zeta$ 即可.

不同类型子域分界面上 ICV 匹配条件的获得,便于实现对复杂问题的分析.为了说明 ICV 匹配条件的在电磁问题分析中的应用,下面以矩形波导宽边中心斜缝耦合器中馈电波导的计算模型为例进行具体说明.图 4 所示为计算模型中沿 x 和 y 方向的子域剖分,该模型共被剖分成 8 个子域,子域编号为 1~8;六面体子域的每个面经坐标变换后,与 (ξ, η, ζ) 坐标系中单位立方体的每个面的对应关系被标注在图中.

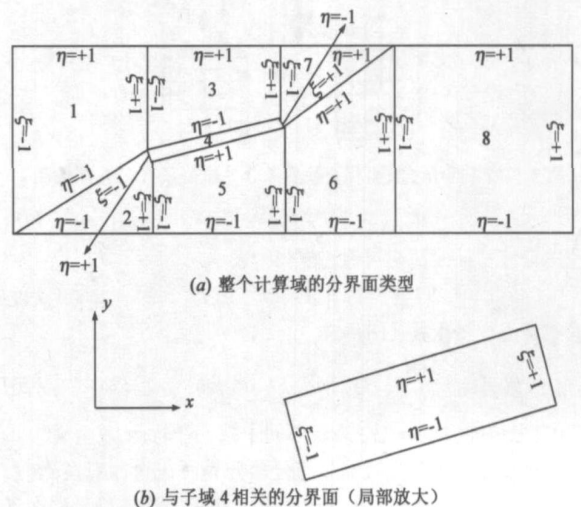


图 4 馈电波导计算模型中的子域分界面类型

从图 4 可知:子域 1~8 经坐标变换后,子域 1 和 2 的分界面在子域 1 中的外法向是 $-\eta$,在子域 2 中的外法向是 $-\xi$

子域 2 和 4 的分界面在子域 2 中的外法向是 + η , 在子域 4 中的外法向是 - ξ ; 子域 4 和 7 的分界面在子域 4 中的外法向是 + ξ , 在子域 7 中的外法向是 - η ; 子域 6 和 7 的分界面在子域 6 中的外法向是 + η , 在子域 7 中的外法向是 + ξ , 上述这些子域分界面不满足 CV 匹配条件的前提, 因此, 在这些分界面上可采用本节推导的 ICV 匹配条件来达到子域间信息传递的目的. 其余的子域分界面满足 CV 匹配条件的前提, 在这些子域分界面可采用 CV 匹配条件也可以采用 ICV 匹配条件.

4 波导宽边中心斜缝耦合器的分析

波导宽边中心斜缝耦合器的子域剖分如图 5(a) 所示, 包括主馈电波导(由端口 1 标识)和辐射波导(由端口 2 和端口 3 标识), 中心斜缝位于波导间的公共面上, 波导采用标准的 WR 90 波导, 波导的内壁尺寸为 22.86 × 10.16mm, 两根波导之间的公共壁厚 $t = 1.27\text{mm}$, 斜缝的中心与馈电波导及辐射波导公共壁的中心重合, 缝隙长度为 l , 缝隙与馈电波导轴向角度为 θ , 要求缝隙的谐振频率为 $f_{res} = 9.3\text{GHz}$, 则自由空间波长 $\lambda_0 = 32.26\text{mm}$, 波导波长 $\lambda_{g0} = 45.52\text{mm}$. 图中辐射波导两端及馈电波导一端的子域为 PML 子域, 采用 CPML 吸收边界条件^[15], 馈电波导另一端为电壁, 其与缝隙中心距离为 $\lambda_{g0}/2$. 激励源子域如图中所示, 激励源采用空间调制 Gauss 脉冲激励源^[13], 中心频率 $f_{center} = 10\text{GHz}$, 具体表达式为

$$E_y(x, y, z) = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{2\mathcal{F}0z}{V_\varphi}\right) e^{-(z-z_0)^2/(2\sigma^2)} \quad (29)$$

$$dz \geq \frac{V_\varphi \sqrt{-\log(0.02)}}{\pi(f_0 - C/\lambda_c)} \quad (30)$$

式中, C 为光速; V_φ 为相速度, $V_\varphi = f_0 \lambda_{g0}$; x, y, z 分别为激励源所在子域的波导的宽边方向、窄边方向和波的传播方向.

该计算模型中每个子域的网格分布如图 5(b) 所示, 针对不同子域, 网格数目有别, 激励源子域 z 向(传播方向)网格数目为 30; PML 子域厚度方向网格数目为 10; 除此之外, 其余各个子域各个方向网格数目均为 6. 文中为了比较, 也采用基于 FDTD 算法的 Empire 软件进行了计算, 其中在缝隙区域为了保证计算的准确度, 采用细化网格, 每波长约 40 个网格, 其余计算区域每波长约 20 个网格.

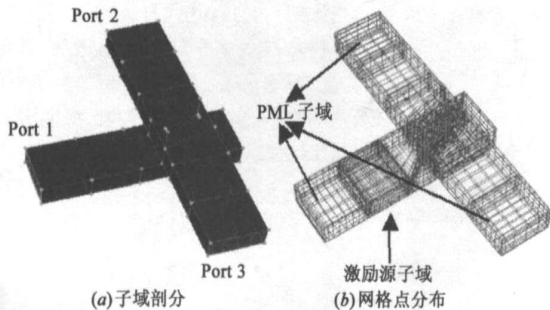


图 5 波导宽边中心斜缝耦合器的 MPSTD 计算模型

当波导宽边中心斜缝耦合模型的参数为 $\theta = 5^\circ, \theta = 15^\circ, \theta = 30^\circ$ 时, 根据文献^[16]中图 3, 在 $\theta = 5^\circ \sim 30^\circ$ 范围内, l 几乎没变化, 约为 15.4mm. 在上述条件下 MPSTD 与 FDTD 计算结果的比较如图 6 所示, S_{11} 的谐振频率点与幅度的比较如表 1 所

示.

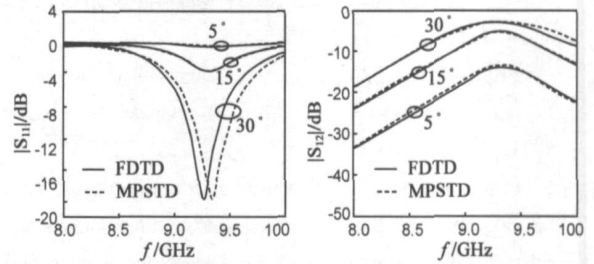


图 6 MPSTD 结果与 FDTD 结果的比较

表 1 MPSTD 与 FDTD 计算的 S_{11} 的比较

| | $\theta = 5^\circ$ | $\theta = 15^\circ$ | $\theta = 30^\circ$ |
|-----------------------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| MPSTD | | | |
| $f(\text{GHz})/S_{11}(\text{dB})$ | 9.3/-0.41 | 9.3/-3.62 | 9.34/-19.82 |
| FDTD | | | |
| $f(\text{GHz})/S_{11}(\text{dB})$ | 9.34/-0.39 | 9.3/-3.58 | 9.28/-19.75 |

从图 6 和表 1 可知, MPSTD 的计算结果与 FDTD 结果较好地吻合, 其在谐振频率上最大相差 60M, 幅度最大差别在 0.07dB.

当 $\theta = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ 时, MPSTD 计算的 S 参数的幅度 $|S_{11}|, |S_{12}|$ 如图 7 所示.

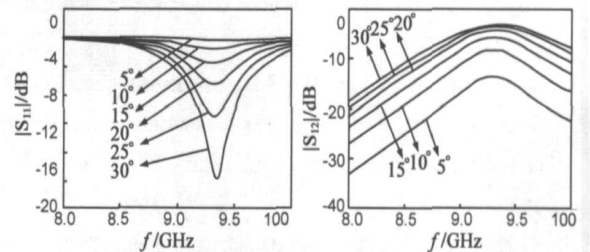


图 7 波导宽边中心斜缝耦合模型的 MPSTD 分析

从图 7 可知, 随着缝隙与馈电波导轴向角度 θ 增大, $|S_{11}|$ 变小, $|S_{12}|$ ($|S_{13}|$) 变大, 这说明, 随着 θ 增大, 从馈电波导耦合到辐射波导的能量也随之增大.

5 结论

MPSTD 算法用于复杂问题分析时, 整个计算域中会存在多种类型的子域分界面, 针对这些分界面上匹配条件的处理, 系统分析了不同类型子域分界面上的特征变量匹配条件, 最终推导出了改进的特征变量匹配条件, 并给出了该匹配条件在分界面上的场值更新关系. 最后, 将 MPSTD 算法与 ICV 匹配条件相结合分析了两根正交矩形波导构成的波导宽边中心斜缝耦合器, 数值结果与 FDTD 结果的一致性充分说明了 ICV 匹配条件的准确性和有效性, 同时, 对矩形波导宽壁中心斜缝耦合问题的分析也拓展了 MPSTD 算法的应用领域.

参考文献:

[1] K S Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. IEEE Transactions Antennas and Propagation, 1966, 14(3): 302-307.

- [2] Q H Liu. The PSTD algorithm: A time domain method requiring only two cells per wavelength[J]. Microwave Optical Technology Letter, 1997, 15(2): 158- 165.
- [3] Q H Liu, N Nguyen. An accurate algorithm for nonuniform fast Fourier transforms[J]. IEEE Microwave Guide Wave Letter, 1998, 8(1): 18- 20.
- [4] Q H Liu. Large Scale simulations of electromagnetic and acoustic measurements using the pseudospectral time domain algorithm[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(2): 917- 926.
- [5] Yang B, D Gottlieb, J S Hesthaven. Spectral simulations of electromagnetic waves scattering[J]. Journal of Computational Physics, 1997, 134(2): 216- 230.
- [6] Hesthaven J S, Dinesen P G, J P Lynov. Spectral collocation time domain modeling of diffractive optical elements[J]. Journal of Computational Physics, 1999, 155(2): 287- 306.
- [7] Adour V Kabakian. A three dimensional spectral collocation time domain solver for electromagnetic wave scattering[R]. New York: Aircraft Industries Association of America, 1997.
- [8] Guo Xin Fan, Q H Liu, J S Hesthaven. Multidomain Pseudospectral Time Domain simulations of scattering by objects buried in lossy media[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(6): 1366- 1373.
- [9] Gang Zhao, Q H Liu. The 3-D multidomain pseudospectral Time Domain method for wideband simulation[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2003, 13(5): 184- 186.
- [10] G Zhao, Q H Liu. The 3-D multidomain pseudospectral time domain algorithm for inhomogeneous conductive media[J]. IEEE Transaction Antennas and Propagation, 2004, 52(5): 742- 749.
- [11] B Yang, J S Hesthaven. Multidomain pseudospectral computation of Maxwell's equation in 3-D general curvilinear coordinates[J]. Applied Numerical Mathematics, 2000, 33: 281- 289.
- [12] 姜永金, 柴舜连, 毛钧杰. MPSTD 算法子域分界面上的 CV-PB 匹配条件[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2226- 2230.
Jiang Yong jin, Chai Shur lian, Mao Jur jie. Characteristic variables physical boundary (CV-PB) matching condition for interfaces in multidomain pseudospectral time domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2236- 2230. (in Chinese)
- [13] 姜永金, 田立松, 杨虎, 毛钧杰. MPSTD 在波导分析中的应用[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(2): 48- 53.
Jiang Yong jin, Tian Li song, Mao Jur jie. Application of multidomain pseudospectral time domain in waveguide[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(2): 48- 53. (in Chinese)
- [14] J S Hesthaven. A stable penalty method for the compressible navier-stokes equations: III. Multidimensional Domain Decomposition Schemes[J]. SIAM Journal of Scientific Computation, 1998, 20(1): 62- 93.
- [15] 姜永金, 毛钧杰, 柴舜连. CFS PML 边界条件在 PSTD 算法中的实现与性能分析[J]. 微波学报, 2004, 20(4): 36- 39.
Jiang Yong jin, Mao Jur jie, Chai Shur lian. Implementation and analysis of the perfectly matched layer media with CFS for the PSTD method[J]. Journal of Microwaves, 2004, 20(4): 36- 39. (in Chinese)
- [16] S R Rengarajan. Analysis of a centered inclined waveguide slot coupler[J]. IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 1989, 37(5): 884- 889.

作者简介:



姜永金 男, 1977 年 4 月生于山西阳泉, 国防科技大学电子科学与工程学院电磁场与微波技术专业博士研究生. 主要研究方向为电磁场数值计算、微波与毫米波天线的设计与分析.

E-mail: kjkl_jyj@163.com.

陈忠宽 男, 1979 年生于广西横县, 国防科技大学电子科学与工程学院博士研究生, 主要研究方向为电磁场数值计算与天线设计.

田立松 男, 1970 年生于新疆伊犁, 国防科技大学电子科学与工程学院副教授, 博士. 主要研究方向为电磁场数值计算和射频电路设计.



毛钧杰 男, 1943 年生于湖南长沙县, 现任国防科技大学电子科学与工程学院教授、博士生导师, 电子学会高级会员, 政府特殊津贴享受者. 主要从事毫米波多模复合制导与天线设计等方面的研究与教学工作.